Doğanın Geometrisi: Fraktal Geometri

20 yüzyıla dek Öklid geometrisi kullanıldık. Ancak zamanla doğayı daha iyi modellemek için yeni bir geometriye gereksinim duyduk: Fraktal geometri.

Latince “fraktus (kırık taş)” kelimesinden türetilmiş olan fraktal geometrinin yarattığı evren, yuvarlak veya düz olmayan; girintili çıkıntılı, kırık, bükük, birbirine girmiş şekillerden oluşan bir evrendir. Bu evrenini isim babası ise Fransız bilim insanı **Benoit Mandelbrot**‘tur.

Mandelbrot boyutlar arası düzensizlikler konusundaki araştırmalara öncülük etmiş ve İngiltere kıyılarının uzunluğu nedir?” başlıklı bir meşhur makalesini yayınlamıştır.

Uzaydan dünyaya yaklaştığınızı düşünün. Yaklaştıkça kıyılar daha girintili gözükmeye başlayacaktır. Kaya şekillerini ölçmek için metreler gerekirken, çakıltaşları için santimetreler, kum tanecikleri içinse daha küçük ölçüm aletleri gerekecektir.

Mandelbrot’un iddiasına göre, her sahil bir bakıma sonsuz uzunluktadır çünkü bu iş için kullanılan cetvel ne kadar küçük ölçekli ise tahmin edilen uzunlukta o ölçüde artar. Bu bilgi, fraktal geometrinin başlangıcı ve aynı zamanda klasik geometrinin sonudur.

Klasik Fraktal Örnekleri

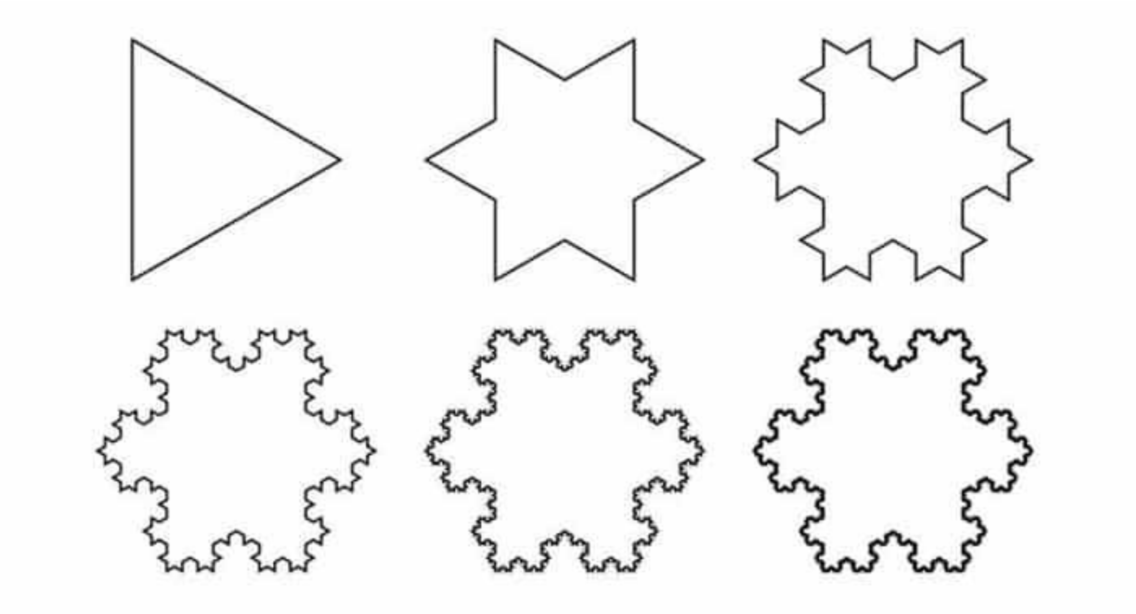
Doğada fraktal özelliğine sahip olan yapılardan biri brokolidir. Brokolinin bir parçası brokolinin tamamına çok fazla benzemektedir.

Kar taneleri de verilebilecek bir başka örnektir.

Bunlar **doğal fraktallar**dır. Bu fraktallar rastgele oluşurlar, isminden de anlaşılacağı üzere doğada bulunurlar ve sonlu yapıya sahiptirler. Ağaçlar ve nehir yatakları, bitkiler buna örnek olabilir.

Koch kar taneciği

Fraktal geometri ile ilgili en kesin kavramlar fraktallara yol açan basit basit geometrik şekiller üzerinde yapılan çalışmalarla elde edilir. Bunlara matematiksel fraktallar denir. Bu fraktallar bilgisayar programları yardımı ile cebirsel dönüşümler sonucunda elde edilir. Sonsuz yapıya sahip olup, oldukça karmaşık şekillerdir. Bunların en bilineni **Koch kar taneciği** denilen şekildir.



1904 yılında Alman matematikçi **Helge van Koch** tarafından açıklanan bu ilginç şekli elde etmek için bir eşkenar üçgen alınır, her kenarı üç eşit aralıkla işaretlenir ve ortadaki bölümler çıkartılır ve bu buralara kenarları çıkartılan parçalar kadar olan yeni eşkenar üçgenler konulur. Bu durumda yeni şeklimizin çevre uzunluğu öncekinin 4/3 katı olmuştur.

Bu şekilde her yeni adımda, bir önceki adımda elde edilen doğru parçalarına aynı işlem uygulanınca sonuçta fraktal bir şekil ortaya çıkar. İşleme bu şekilde devam edilip *n*. adıma gelinirse eğrinin toplam uzunluğu $(4/3)^n$ olacaktır.

Eğer *n* yeterince büyük alınırsa eğrinin uzunluğu da sonsuza gidecektir. Diğer bir deyişle Koch eğrisinde iki nokta arasındaki uzaklık sonsuzdur. Eğer bu eğri yakından incelenirse şeklin tamamı ile onu oluşturan alt parçaların bir birine benzer olduğu görülür.

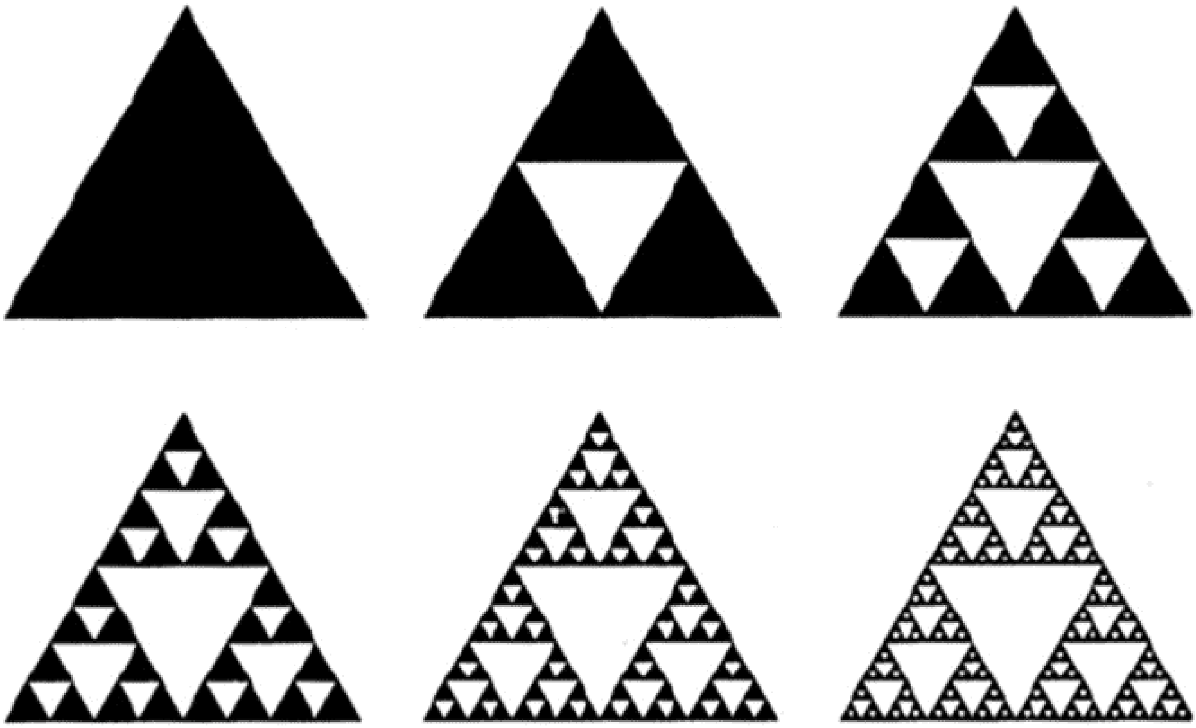
Örneğin şeklin tamamını 3 kat küçültürseniz bir alt parçasını elde edersiniz. Bu küçültme işlemine sonsuza kadar devam edebilirsiniz.

Kock kar taneciği düzenli denilen, yani çizim kuralları belli olan fraktallara bir örnektir. Bu düzenli fraktalların ortak özellikleri, eğrinin bir bölümünü ne kadar büyütürseniz büyütün eğri tam olarak aynı şekli sürdürmeye devam etmektedir.

Koch eğrisinin ilginç bir özelliği alanının sonlu olmasıdır, çünkü onu bir daire içine sığdırmak mümkündür. Bununla birlikte her adımda uzunluğu biraz daha artar. Yani **alanı sonlu ama çevresi sonsuzdur!**

Sierpinski üçgeni

Bir başka ünlü fraktal ise Polonyalı matematikçi Waclaw Sierpinski'nin adını taşır. Eşkenar üçgenin içinden küçük üçgenler çıkartılarak elde edilir. Bu işlemi tekrarlamaya devam edersek **Sierpinski üçgeni** elde ederiz.



Sierpinski üçgeni

Fraktal Şekillerin Boyutları

Tanımına göre nokta-0 boyutlu, doğru-1 boyutlu, düzlem-2 boyutlu, küp-3 boyutlu olarak kabul edilir. Oysa ki gerçek dünyada, bu tam sayılı boyutlar dışında kesirli boyutların da var olabilir.

Koch eğrisi iki nokta arasında sonsuz uzunlukta olması nedeniyle basit bir doğrunun ötesine taşmakta, diğer taraftan bir düzlemi de tam olarak dolduramamaktadır. Öyleyse Koch eğrisinin boyutu 1 ile 2 tam sayıları arasında yani kesirli bir sayı olmalıdır. Koch eğrisinin boyutu 1.26'dır.

Felix Hausdorff tarafından geliştirilen bu fikir, boyutlara farklı bir bakış açısı getirdi. Aslında düşünce biçimi oldukça basitti. Çalışmasını ölçekleri esas alarak yaptı.

Kısaca açıklamak gerekirse bir çizginin ölçeğini üç kat büyütürsek boyu üç kat uzamış olur. $3^1= 3$ olduğundan çizginin boyutu birdir. Eğer bir karenin ölçeğini üç kat büyütürsek alanı 9, bir başka deyişle 3^2 kat artmış olur, dolayısıyla boyutu ikidir. Eğer bir küpün ölçeğini üç kat büyütürsek hacmi 3^3 yani 27 kat artmış olur, dolayısıyla boyutu üçtür.

Koch eğrisinde aynı hesabı yaptığımızda, ölçeği üç kat büyütünce kendisi 4 kat büyüyor. Hausdorff boyutuna D dersek $4 =3^D$ olması lazım. Bunu şöyle de yazabiliriz: $D = \log_3 4$ ve hesapladığımızda karşımıza D= 1,262 çıkar.

Fraktal boyut kavramı ikiden daha büyük değerlere de uzatılabilir. Örneğin düz bir alüminyum folyo 2 boyutludur ancak onu buruştururSanız iki artı birşey boyutunda bir fraktala dönüştürürsünüz.

Bu yeni boyutun kesin değeri folyonun ne kadar kırışık olduğuna bağlıdır ve fraktal kar taneciği için kullanılan yöntemle yaklaşık olarak hesaplayabiliriz. Aradaki tek fark, cetvelle uzunluk ölçmek yerine bu sefer sürekli küçülen ölçü plakaları ile alan ölçüyor olmamızdır.

Fraktal geometri konusundaki çalışmalar bilimin birçok dalında yararlı fikirlere de kaynaklık yapmaktadır çünkü bu geometri doğal olayların matematiksel olarak modellenmesinde avantajlıdır.

Yine de bütün bu girişimler yalnızca bir başlangıçtır çünkü fraktalların boyutsal ayrıcalıkları dışında temel özellikleri henüz tam olarak kavranmış değildir.

Mandelbrot'un çalışmasının açtığı bu yeni kapının ardında keşfedilmeyi bekleyen daha nice şey bulunuyor anlaşılan…

https://www.matematiksel.org/doganin-gometrisi-fraktal-geometri-2/