

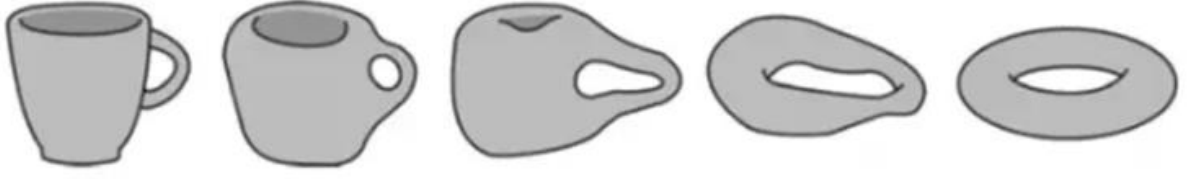
TOPOLOJİ NEDİR?



Topoloji, yüzeylerin ve genel şekillerin özelliklerini inceleyen, fakat uzunluk ve açılarla ilgilenmeyen geometri dalıdır.

Topoloji, bir nesne yırtılmadan ya da koparılmadan uzatıldığında, büküldüğünde ya da nesnenin şekli bozulduğunda bütünlüğü bozulmayan özellikleri tanımlar. Şekilleri dilediğimiz gibi çekiştirmek serbesttir, hatta bu yüzden topolojiye bazen “**lastik levha geometrisi**” denir.

Topolojik olarak bir küre ve bir kâse aynı kategoriye girer, çünkü küresel bir kil topağı bir kâseye dönüştürülebilir. Ancak ortasında bir delik bulunan bir simit ve sapında bir delik bulunan bir kahve fincanı başka bir kategoriye girer; bunlar da yine birbirine dönüşecek biçimde yeniden şekillendirilebilir.



Topolojide simit ile kahve fincanı özdeştir.

Dolayısıyla topolojik nesnelere bir, iki, üç, dört ya da daha fazla sayıda delik içerebilir. Ancak bu sayılar tam sayı olmak zorundadır. Topoloji, nesnelere bulunan delik sayıları gibi, basamaklar şeklinde değişen özelliklerle ilgilenir.

Öklid geometrisinin ana bileşenlerinin hepsi ölçme ile ilintilidir ve değişmezler içerir. Ancak bu durum 19. yüzyılın sonuna doğru değişmeye başlamış ve daha esnek bir geometri türü geliştirilmiştir. Sonuçta zaman içinde topolojinin statüsü hızla yükselip, matematik sahnesinin merkezine yerleşmiştir.

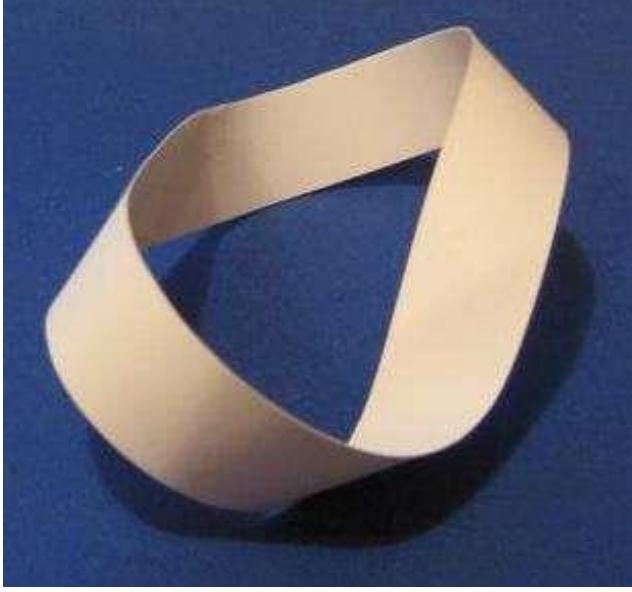
Kısaca Topoloji Tarihi

Topoloji 19.yy'da ortaya çıksa da aslında tarih sahnesinde dönem dönem belirginleştiği zamanlar oldu hatta kökenini Antik Yunanlara kadar götürmek mümkün.

Topoloji tanımı ortaya konulmadan önce, onunla ilgili temel iki ögeyi Euler öne sürdü. Bunlar **"Euler'in Çokyüzlüler Formülü"** ve **"Königsberg Köprüleri"** bulmacasının çözümü idi. Topoloji hakkında bir önseziye Gauss'ta sahipti. Manyetizma üzerine yaptığı çalışmalarda, günümüzde geçişme sayısı olarak bilinen bir topolojik değişmez gösterdi. Bu sayı, kapalı bir eğrinin bir başkasının üzerine nasıl sarıldığını belirler.

Ancak topolojinin gelişmesinde Gauss'un etkisi, öğrencisi olan Johann Listing ve asistanı Augustus Möbius'a bağlıdır.

1834'te Listing "Topoloji İçin n çalışma" adlı eserinde Yunanca'da yüzey veya uzay anlamına gelen topos ve bilim anlamına gelen logos kelimelerinden türetilen **topoloji** kelimesini ilk olarak kullandı.



Normalde bir yüzeyin iki tarafı olur. Bir topun dışıyla içi farklı yüzlerdir; bir yüzden öbürüne geçmek için delik açmak gerekir ki topolojide bu gibi işlemlere izin yoktur (ekmek serbest ama kesmek yok).

Tek taraflı bir yüzeyin nasıl olabileceğini ilk başta aklımız almasa da Alman matematikçi ve gökbilimci August Möbius, 19. yüzyılda böyle bir Şekil keşfetti.

Bu Şekli elde etmek için yapmanız gereken bir kağıt Şeridi alıp bir ucunu bir tur döndürerek diğer ucuyla birleştirmektir. Oluřan tek taraflı ve tek kenarlı kıvrık Őekle "**Möbius Şeridi**" denir. Bir kalemle ortasından çizmeye başlarsanız, başlangıç noktasına dönebilirsiniz bu Şekilde.

TOPOLOJİK DÜĞÜM NEDİR?

Matematik öğrencilerinin bile bazen güçlükle anladığı alanlarından biri olan Topoloji ile ilgili eğlenceli bir yazı hazırladık. Düğüm ve matematiğin ne ilgisi var, düğümler hem atomlarda, kasırgalarda, uzayda hem de bir kalp atışında ya da hücrede görülebilir mi?

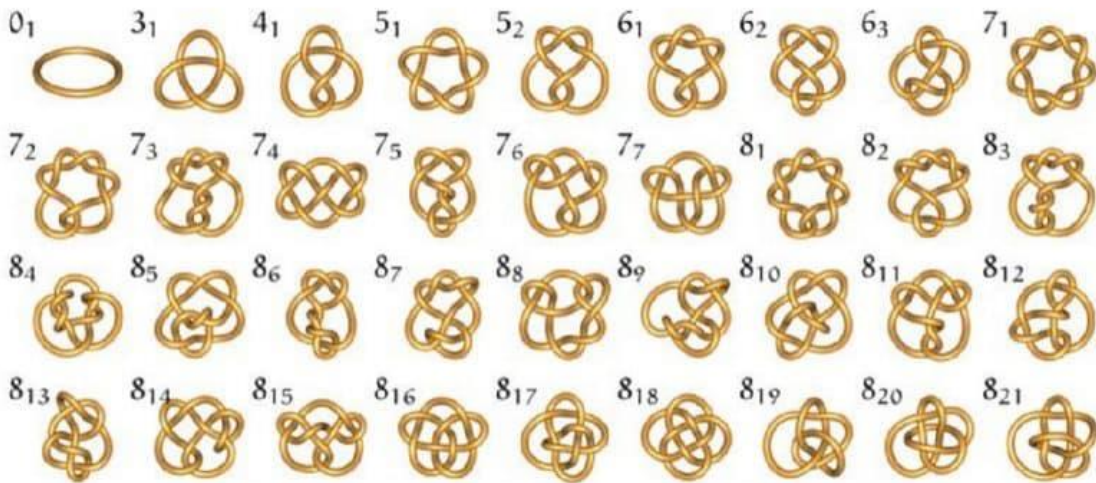
Denizciler bulunmadan çok önce, doğa düğümleri bağlamayı ve çözmeyi öğrendi. Bazı **DNA tipleri, proteinler, manyetik alanlar, sıvı girdapları ve diğer çeşitli doğa fenomenleri**, bazen karışık hale gelen ilmekler şeklinde ortaya çıkabilir.

Atom Teorileri

Bilim insanlarının elektron mikroskobunun olmadığı, maddenin temel yapı taşı sezgisel olarak açıklamaya çalıştığı yıllarda çıplak gözle veya başka herhangi bir cihazla doğrudan gözlem yapmak imkansız olsa da, araştırmacılar maddenin temel miktarının sahip olması gerektiğini düşündükleri özellikleri sergileyecek matematiksel nesnelere arıyordu.

1800'lerin sonunda, **William Thomson** (biz onu mutlak sıfır noktasının keşfi ve termodinamik alanındaki çalışmaları ile **Lord Kelvin** olarak tanıyoruz) tarafından önerilen önde gelen teorilerden biri, atomların eterde dönen **girdap düğümleri** olmasıydı .

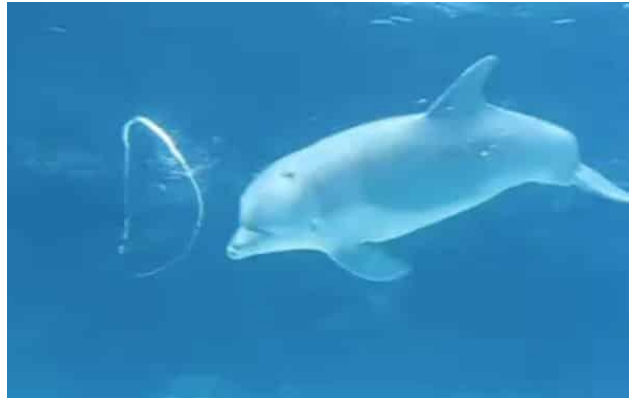
W. Thomson'ın meslektaşı ve arkadaşı İskoç matematikçi Peter Guthrie Tait, girdap atom teorisinden etkilendi ve çeşitli unsurları sistematik hale getirme umuduyla, 10 geçişe kadar olanların sistematik bir sınıflandırmasını üreten, düğümler üzerine öncü bir çalışma yaptı . **Thomson ve Tait çifti** "T&T" olarak tanındı. T&T' nin teorisinde, farklı düğümler farklı atomlara karşılık gelir. Hidrojen: bilinmeyen, Karbon: 3_1, Oksijen: 4_1.



Şekil 1: Düğümlerin periyodik tablosu

Sonrasında Matematikçi ve Fizikçi Joseph John Thomson, 1883 yılında tamamladığı yüksek lisans tezinde, girdap halkalarının hareketini matematiksel olarak tanımladı .

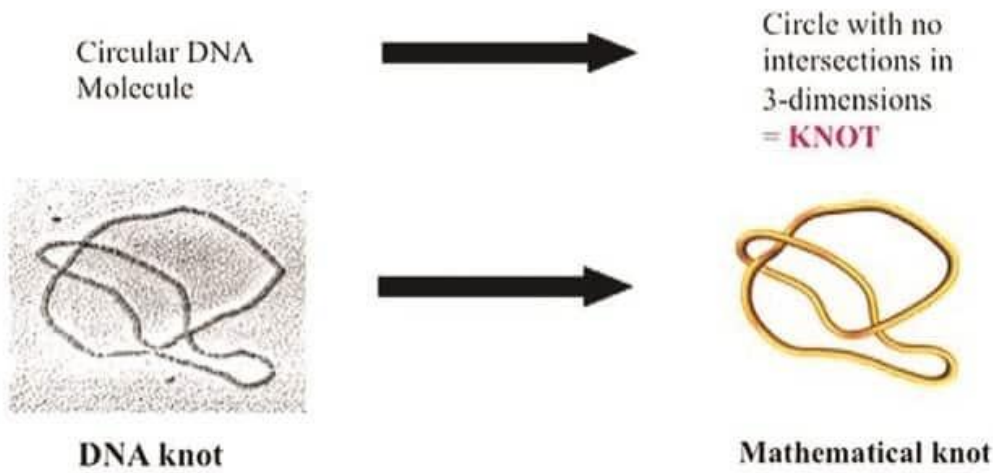
J.J. Thomson daha sonra (Nobel ödülü aldığı) elektronu keşfettiğinde, girdap atom teorisine dayanan “bulutsu atom” hipotezini terk etti. Girdap atom teorisi yanlış olmasına rağmen, T&T ve Thomson’ın bu çalışmaları bugün akışkan dinamikleri, DNA’nın yapısı ve **kiralite** kavramı gibi çeşitli bilim alanlarında kullanılan Düğüm Teorisi (Knott Theory) adı verilen topoloji dalını başlattı.



Şekil 2: Şekil 1’deki 0_1 e karşılık gelen “halka” şeklinin doğada görülmesi

DNA Dügümü

DNA ünlü bir “çift sarmal” dır – bükülmüş bir merdiven şekli oluşturan iki uzun polimer şeridi. Dügüm teorisi perspektifinden bakıldığında, DNA'nın sarmal doğası önemli değildir; önemli olan çift sarmalın nasıl düğüm ve bağlantı oluşturduğudur. Bununla birlikte, DNA'nın moleküler yapısı hücreler içinde dolaşmaya direnir, bu nedenle sistemin biyomekaniği onu en basit topolojiye doğru iter.



DNA düğümünden matematiksel düğüme.

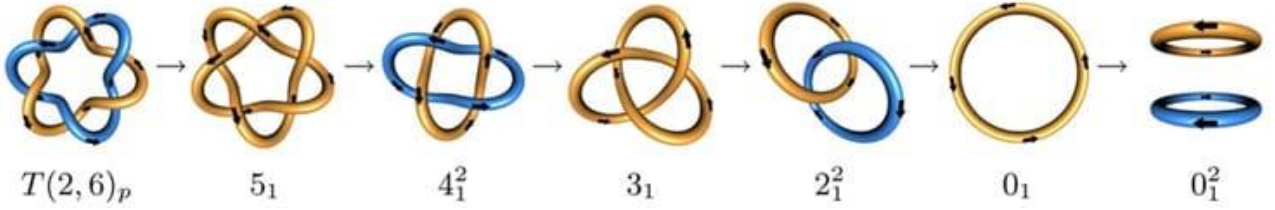
DNA'nın açılması ve yeniden bağlanması, yani ilmek sayısını ve/veya birbirlerine geçme şekillerini değiştirir. Dügüm teorisi, bu bükülmeleri zincirlerin uzunluğundan veya onları yöneten fiziksel güçlerden bağımsız olarak açıklar. Dügüm teorisini bu yapılara uygulamak, araştırmacıların gerçek dünya sistemlerinin enerji ve gerginliği en aza indirmek için topolojilerini nasıl basitleştirdiğini anlamalarına yardımcı olur.

Ayrıca, DNA, radyasyon veya kimyasallar gibi dış etkilere ve ayrıca normal hücresel süreçlerden her zaman zarar görür. Onarılmamış DNA hasarı, kansere veya doğum kusurlarına yol açabilir.

Hasar, DNA çift sarmalının her iki telinde ise, eşleşen kromozomda aynı DNA dizisini kullanan karmaşık bir onarım işlemi etkinleştirilir. Tellerden biri, açıkta kalan tek bir tel bırakarak geriye doğru soyulur. Eşleşen kromozom yan yana getirilir ve kısmen çözülür ve kırık parçayı onarmak için bir şablon görevi görür.

İki kromozomdan gelen DNA iplikleri birbirine geçerek “Holliday kavşakları” olarak adlandırılan yapılara bağlanır. İşlemi bitirmek için kromozomların ayrılması gerekir – sihirbazın birbirine geçen halkaları gibi, biri diğerinden geçmek zorundadır.

Bu noktada bir protein kompleksi, Holliday kavşağında eşleştirilmiş DNA’ya bağlanır, bir iplikçikte bir boşluk açar ve diğerini içinden geçirerek iki kromozomun temiz bir şekilde ayrılmasına ve kavşağı çözmesine izin verir.



DNA'nın bağlantısının aşamalı olarak modeli

Topolojik Düğüm Kısaca

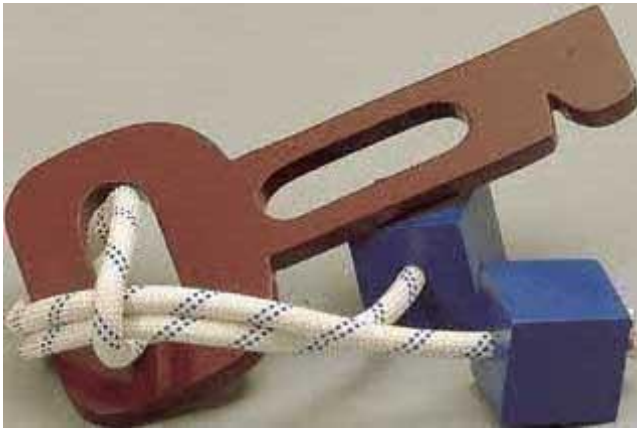
Her problemin temel bir çözümü vardır, yeter ki işlemsel algoritma mantıklı örgülensin. topolojik düğüm problemlerini çözerken dokunarak, eğlenerek, düşünerek, pratik ve zevkli çözümler üreteceksiniz. Topolojinin geometriden farkı, geometrik nesnelerin kaskatı durması ama topolojik nesnelerin eğilip bükülebilmesidir.

Kurallar:

- 1- Düğüm çözülürken bu topolojik nesnenin geometrisi istenilen şekilde değiştirilebilir.
- 2- Düğüm nesnenin topolojisi değiştirilmeden çözülmelidir. Örneğin iplerin koparılması, tahta bloğun kırılması, delik açılması, kesilmesi vb hacmi bölecek veya azaltacak hareketler yasaktır.

Topolojik Düğüm Örnekleri

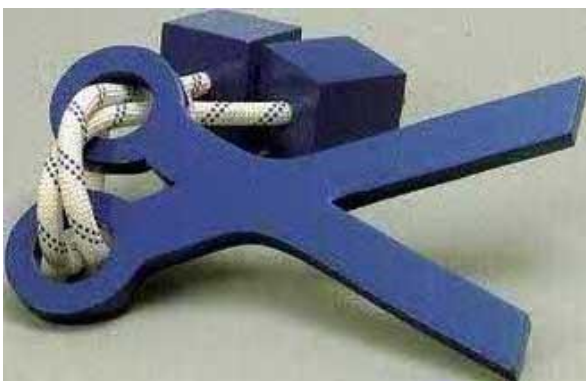
Topolojik Düğüm – Anahtar



Topolojik Düğüm – Merdiven



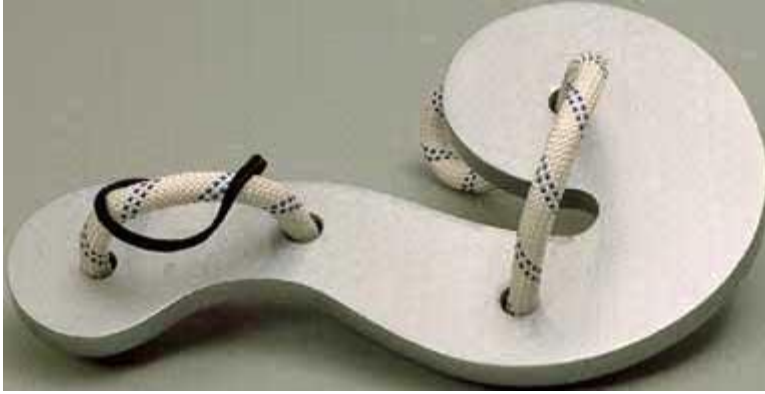
Topolojik Düğüm – Makasolojik



Topolojik Düğüm – B harfolojik



Topolojik Düğüm – Soru İşareti



Ve Sonuç Olarak

Günümüzün en belirsiz ve büyüleyici teorisi olan Sicim Teorisi (String Theory), T&T çalışmalarının öğelerini dönüştürüyor. Sicim teorisinde yer çekimi ile kuantum boyutta ilişkilendirilen **graviton**, kapalı bir iplikçiğin titreşimsel bir modudur. Tanıdık geliyor mu? Biyolojinin ötesinde, topolojik yaklaşım, yeniden bağlanmanın diğer sistemlerde de gerçekleşmesinin güzel bir gösterimini sağlayabilir. Birçok süreç, maksimum verim elde etmek için bir enerji minimizasyonu yolu takip eder, düğüm teorisi yöntemi, bu yolların karmaşıklığını azaltabilir.

Ayrıca, son deneylerde, bilim adamları Kelvin girdabını teorikleştirilmesinden bir yüzyıl sonra gözlemlədiler. Süper sıvı olarak bilinen şeyi oluşturmak üzere sıvıyı neredeyse mutlak sıfır sıcaklığa kadar soğutup (bir tür eter gibi) girdap tüplerinin titreşimlerini bir akışkanda gözlemlədiler!

Öyle görünüyor ki bilim adamları Vortex Atomun arkasındaki matematiksel çalışmaları yani düğümleri, dalgaları, dönen girdapları bırakmıyorlar. Dönmekten bahsetmişken “Semâ'nın ne olduğunu biliyor musun?” der Mevlana “Kendindeki varlıktan geçmek, mutlak yoklukta, zevalsiz, devamlı varlık tadını tatmaktır”.

<https://www.matematikselsel.org/dugum-dugum-dunya/>

<https://www.matematikciler.com/topolojik-dugumler/>

<https://www.matematikselsel.org/topoloji-nedir/>